SEMINARIO: GRUPOS FORMALES
SEGUNDO SEMESTRE 2022

Organizadores: Sebastián Herrero y Ricardo Menares.

Coordenadas: Los Miércoles a las 11:30, sala 3, Facultad de Matemáticas UC.

Una ley de grupo formal (de dimensión 1) sobre un anillo A es una serie de potencias formal $F(x,y) \in A[[x,y]]$ de la forma

$$F(x,y) = x + y + \left(\sum \text{monomios de grado } \geq 2\right),$$

y tal que

$$F(x, F(y,z)) = F(F(x,y), z).$$

Ejemplos sencillos son $F(x,y) = x+y, F(x,y) = x+y+xy$. Una clase más sofisticada de ejemplos puede obtenerse a través de la ecuación de Weierstrass de una curva elíptica, por un proceso de completación en el origen.

Si A resulta ser un anillo de valuación discreta de ideal maximal $m \subset A$ y $F(x,y)$ una ley de grupo formal que sea convergente en $m \times m$, entonces m queda dotado de una estructura de grupo $+_F$ dada por

$$a +_F b := F(a,b), \quad a, b \in m.$$

Esta es la situación que más nos interesará durante el seminario. La teoría de los grupos formales que resulta es muy rica, teniendo aspectos geométricos, aritméticos y de análisis. El primer objetivo de este seminario es estudiar la teoría básica de grupos formales: métodos de construcción, características geométricas, espacio de módulos[1]. En un segundo tiempo, en función de los intereses de la audiencia, estudiaremos aplicaciones de esta teoría a tópicos tales como: Teoría de cuerpo de clases local, Aritmética de curvas elípticas, Sistemas dinámicos no arquimedeanos.

Contenido básico del seminario [Haz12], [Fro68], [Sil09, C. IV]

(1) Definición, métodos de construcción, morfismos, ley de grupo formal universal, dimensión, altura, Algebra de Lie, módulo de Tate
(2) Grupos de Lubin-Tate
(3) Espacio de módulos, esquemas formales

Posibles tópicos

- Teoría CM formal [LT65], [Gro86]
- Intersecciones atípicas en grupos formales [Ber20]
- Morfismo de períodos [HG94a], [HG94b]
- Relación con curvas elípticas (Teoría Woods Hole)[LST]

References

[Ber20] Laurent Berger. Rigidity and unlikely intersections for formal groups. *Acta Arith.*, 195(3):305–312, 2020. (document)

[Fro68] A. Frohlich. *Formal groups.* Lecture Notes in Mathematics, No. 74. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1968. (document)

[Gro86] Benedict H. Gross. On canonical and quasicanonical liftings. *Invent. Math.*, 84(2):321–326, 1986. (document)

[Haz12] Michiel Hazewinkel. *Formal groups and applications.* AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 2012. Corrected reprint of the 1978 original. (document)

[HG94a] M. J. Hopkins and B. H. Gross. Equivariant vector bundles on the Lubin-Tate moduli space. In *Topology and representation theory (Evanston, IL, 1992)*, volume 158 of *Contemp. Math.*, pages 23–88. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1994. (document)

[HG94b] M. J. Hopkins and B. H. Gross. The rigid analytic period mapping, Lubin-Tate space, and stable homotopy theory. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)*, 30(1):76–86, 1994. (document)

[1] A veces llamados *moduli.*

[LST] Jonathan Lubin, Jean-Pierre Serre, and John Tate. Ellipitic curves and formal groups. *https://web.ma.utexas.edu/users/voloch/LST/lst.pdf*. (document)

[LT65] Jonathan Lubin and John Tate. Formal complex multiplication in local fields. *Ann. of Math. (2)*, 81:380–387, 1965. (document)

[Sil09] Joseph H. Silverman. *The arithmetic of elliptic curves*, volume 106 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer, Dordrecht, second edition, 2009. (document)

E-mail address: rmenares@mat.uc.cl