Fernando Figueroa

log MMP.

$X = \overline{U}$, U = Variedad abierta, $\Delta = X \setminus U$, X = superficie normal

(X, Δ) log par, Δ = divisor.

$K_X + \Delta$ div. log canónico.

Adjunción: X nosingular, $K_X + \Delta|_\Delta = K_\Delta$

Si X tiene singularidades $\Rightarrow$ $K_X + \Delta|_\Delta = K_\Delta + \mathrm{Diff}_X(\Delta)$.

<u>Ej:</u> funciones holomorfas de $\mathbb{C} \longrightarrow$ Sup. de Riemann compacta

$\mathbb{C} \longrightarrow$ " $\setminus$ ptos

	$\mathbb{P}^1$	$\bigcirc = E$	hiperbólica
$h^0(K_C)$	0	1	$g \geq 2$
# holom	∞	∞	0
$\deg K_C = 2g-2$	<0	0	>0
K = cuerpo # $\setminus$ rac	$K \cup \{\infty\}$	f. g. (Mordell Weil)	$<\infty$ Faltings

	$\mathbb{P}^1 \setminus \bigcup_{i=1}^{n} p_i$, $n<2$	$\mathbb{P}^1 \setminus \{p,q\}$ Elliptica	$\mathbb{P}^1 \setminus \bigcup p_i$ $n>0$, $E \setminus \bigcup p_i$ $n>0$, $C \setminus \bigcup p_i$
$h^0(K_C + \Sigma p_i)$	0	1	≥ 2
# mapeos holom	∞		0
$\deg(K_C + \Sigma p_i) = 2g-2+n$	<0	$=0$	>0

$\longrightarrow$ Para superficies: ¿K_S neg? $\longrightarrow$ Teo. contracción, $\longrightarrow$ Teo. cono (bpf y racionalidad, acotam. de denom.)

$\longrightarrow$ Para pares log canónicos (X, Δ):

- X sup. nosingular proy. y aquí $K_S + \Delta$ neg? ... esto falla!

Si parto con X no sing, Δ $\mathbb{Q}$-div con $\sum b_i B_i$ $0 < b_i \leq 1$ SNC y aplicamos log MMP. Podemos vernos forzados a llegar a X singulares y/o $\varphi_*(\Delta)$ no SNC.

→ Vamos a trabajar con (X, Δ)

X = sup. normal proj

$\Delta = \sum b_i B_i$ con $0 < b_i \leq 1$, solo tengan sing del tipo log terminal.

Si $\exists\, \varphi : V \to X$ proy bin (con V no singular)

$$K_V + f_*^{-1}(\Delta) + \sum E_j = f^*(K_X + \Delta) + \sum a_j E_j \quad \text{tq } a_j > 0.$$

y aquí sí funciona.

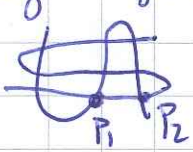
Teo del Cono-log: Sean (X, Δ) como arriba

i) Hay numerables curvas $C_i \subset X$ tq (rayos extremales)

$$\overline{NE}(X) = \overline{NE}(X)_{(K_X+\Delta)\geq 0} + \sum \mathbb{R}_{\geq 0}[C_i]$$

Dem Como antes de MMP con versión apropiada de racionalidad.
Racionalidad (X, Δ) $K_X + \Delta$ no neg., sea H amplio Cartier
$r = \sup\{ t \in \mathbb{R} : / H + t(K_X + \Delta) \text{ es nef} \}$ es racional
y el denominador está acotado por $3a$ es tal que
a depende de $K_X + \Delta$.

Ejl- Con inf. rayos extremales K_X negativos.

$\mathbb{P}^2$  dos cúbicas y $P_1 - P_2$ no torsión para una de ellas

Sea $S \to \mathbb{P}^2$ la curva que coresp. al P_2 es (-1).

Ejl- $Y = \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$, π_i las proyecciones, F_i fibra para cada π_i

$K_X \cdot E = -1$

$K_X \cdot C_i = -1$

$f : Bl_{F_1 \cap F_2}(Y) \to Y$ $\quad C_i = f_*^{-1}(F_i)$ $\quad K_{\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1} = -2F_1 - 2F_2$

$K_X = f^*(K_{\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1}) + E$

$\cup$

$E \longmapsto F_1 \cap F_2$ $\quad N_E(X) = \mathbb{R}[C_1] + \mathbb{R}[C_2] + \mathbb{R}[E]$

(X, C_2+E)

$(K_X + C_2 + E)\cdot E = -1$

$(K_X + C_2 + E)\cdot C_1 = 0$ $\qquad \overline{NE}(X)_{K_X+\Delta\geq 0} + \mathbb{R}[C_2] + \mathbb{R}[E]$

$(K_X + C_2 + E)\cdot C_2 = -1$

Contracción: Sea (X,Δ) como antes R = rayo extremal

$K_X+\Delta$ no neg $\Rightarrow \exists \varphi : X \to Z$ no trivial con

- $\varphi(C) = pt$ ssi la clase de $C \in$ rayo
- $K_Z + \varphi_*(\Delta)$ es log terminal.

o $\dim Z < 2$.