EXPOSICIONES FINALES MAT-2335
INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA ALGEBRAICA
JUEVES 3 DE JULIO DE 2014
9:00-12:00, AUDITORIO NINOSLAV BRALIC

Por favor 20 minutos por a charla como máximo.

1. Aplicaciones del Teorema de Max Noether
Cristián Baeza

En particular me interesan resultados como el Teorema de Pascal y el Teorema de Pappus de la geometría analítica y clásica, y como vía el uso de cero-ciclos para concluir que ciertos puntos pertenecen a una misma curva. Es posible que aplicaciones similares puedan relacionar puntos en cuárticas "alineados" en cúbicas o similares. También relacionarlos con concurrencia de curvas, pues en geometra clásica y proyectiva está fuertemente relacionada con la colinealidad, en varios teoremas (como Ceva y Menelao, o Descartes y Desargues).

Se expondrán algunas aplicaciones del Teorema de Max Noether, y se verá como relacionar colinealidad y concurrencia vía dualizar curvas, así como resultados clásicos de esto.

2. Equivalencia entre la Dimensión de Krull y el Grado de Trascendencia
Esteban Maureira

De breve introducción, el libro guía en nuestro curso fue “Algebraic curves” de William Fulton, donde nos define la dimensión de un álgebra finitamente generado a través del grado de trascendencia. Luego se nos presentó la dimensión de Krull, y que “misteriosamente” este valor es igual a la dimensión presentada por Fulton.

El trabajo consiste en demostrar que en los anillos de polinomios sobre un cuerpo, la dimensión de Krull coincide con la dimensión definida en el libro. También plantearemos un trabajo paralelo que consiste en dar la idea de la demostración más general.

Para el primer paso seremos más exhaustivos, para el segundo daremos la idea de la demostración a través del lema de normalización de Noether. Concluiremos diciendo hasta donde podemos extender este resultado fundamental de la geometría algebraica.

3. Teorema de la dimensión de Fibras
José Ignacio Yáñez

En esta presentación se comenzará definiendo conceptos sobre dimensión, codimensión y fibras. Luego se probarán ciertos resultados sobre la dimensión de variedades afines, para después enuciar y demostrar el Teorema de dimesión de fibras, el cual establece que dado un mapeo regular $f : X \to Y$ y dado un $y \in Y$ existe una relación entre la dimensión de la fibra de f sobre y, el conjunto $f^{-1}(y)$, y las dimensiones de X y de Y.

Por último, se verán ciertas aplicaciones de este teorema, como por ejemplo un nuevo criterio para determinar cuando un variedad X es irreducible, o determinar la existencia de rectas sobre superficies.

4. Número Máximo de Nodos en una Superficie
Camila Guzmán

Una superficie en el espacio proyectivo complejo de dimensión 3 admite una cantidad finita de nodos. El máximo número posible de puntos dobles ordinarios $\mu(d)$ para una superficie de grado $d = 1, 2, ..., 6$ es $0, 1, 4, 16, 31, 53$. Para los otros casos solo se tienen cotas, por ejemplo si $d = 7$, se tiene que $93 \leq \mu(7) \leq 104$, para $d = 8$: $168 \leq \mu(8) \leq 174$, para $d = 9$: $216 \leq \mu(9) \leq 246$, para $d = 10$: $345 \leq \mu(10) \leq 360$, $425 \leq \mu(11) \leq 480$, $576 \leq \mu(12) \leq 645$, etc. (Sloane; Chmutov 1992, Endrass 1995).

El hecho que $\mu(5) = 31$ fue demostrado por Beauville (1980), y $\mu(6) = 65$ fue demostrado por Jaffe y Ruberman (1994). Para $d \geq 3$, se cumplen las siguientes desigualdades

$$\mu(d) \leq 1/2\big(d(d-1) - 3\big)$$

(Endrass 1995).

En la siguiente tabla hay ejemplos de Superficies algebraicas que tienen un número máximo (conocido) de puntos múltiples ordinarios.

d	$\mu(d)$	Superficie
3	4	Cúbica de Cayley
4	16	Superficie de Kummer
5	31	Dervish
6	65	Barth Sextic
8	168	Endrass Octic
10	345	Barth Decic

5. Un Nexo Entre Geometría Algebraica y Teoría de Números

Ricardo Vargas

Me interesa estudiar el uso de herramientas de álgebra en tópicos de teoría de números, en particular el estudio de cúbicas dotadas de una operación con la cual posee estructura de grupo abeliano. Entre estos temas me gustaría estudiar el desarrollo histórico y algunas herramientas como el teorema de Mordell-Weil, el cual establece que si $F \in \mathbb{Q}[x, y, z]$ es una cúbica no singular, y $C = F = 0$, entonces $C(\mathbb{Q})$ es un grupo abeliano finitamente generado, es decir, existe e finito tal que

$$C(\mathbb{Q}) \simeq \mathbb{Z}^e \oplus G$$

para algún G grupo abeliano finito.